

Programa del Seminario online de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades 2021

Se detalla a continuación los resúmenes de las charlas impartidas en el Seminario online de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades, durante el año 2021.



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 4 de marzo de 2021, 16:00 horas (GMT)

Introducción a códigos polares

Eduardo Camps Moreno

Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.¹

El problema de codificación de canal consiste en buscar esquemas para transmitir información a través de un medio ruidoso y detectar y corregir posibles errores introducidos por él. Shannon probó que estos esquemas existen pero su demostración no sugiere una forma de construirlos. Los códigos polares son la primera herramienta teórica que nos garantiza la construcción de un esquema que satisface las condiciones del teorema de Shannon sobre ciertos canales. En esta plática, introduciremos los conceptos básicos de teoría de la información y de teoría de códigos para comprender el enunciado del teorema de Shannon y los códigos polares como ejemplo de un código que lo satisface.

¹Escuela Superior de Física y Matemáticas
Instituto Politécnico Nacional
Ciudad de México
camps@esfm.ipn.mx



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 18 de marzo de 2021, 15:30 horas (GMT)

Sistemas lineales de hipersuperficies con puntos en una curva racional normal

Luis José Santana Sánchez
Universidad de La Laguna, Tenerife, España
Loughborough University, Reino Unido¹

¿Cuántas cónicas pasan por dos puntos dobles en el plano? ¿Cuántas superficies cúbicas pasan por tres puntos en el espacio? O más generalmente, dados p_1, \dots, p_s puntos en el espacio proyectivo complejo \mathbb{P}^n , ¿cuántas hipersuperficies de grado d pasan por esos puntos con ciertas multiplicidades?

El conjunto de todas las hipersuperficies de grado d que pasan por un conjunto de puntos dados es lo que se conoce como un sistema lineal de hipersuperficies. Conocer la dimensión de estos sistemas es un problema que lleva existiendo desde los mismos orígenes de la geometría algebraica y del que sigue desconociéndose mucho.

El interés de los sistemas lineales de hipersuperficies reside en su relación con otros problemas como el problema de interpolación de Hermite, el problema de Waring para polinomios o el estudio de resoluciones en Álgebra Homológica.

En esta charla introduciremos, en términos sencillos y básicos, el problema de la dimensionalidad de sistemas lineales de hipersuperficies y presentaremos un resultado original que da una respuesta completa a este problema cuando los puntos p_1, \dots, p_s están en una curva racional normal de grado n .

Este es un trabajo en colaboración con Antonio Laface y Elisa Postinghel.

¹Departamento de Matemáticas, Estadística e I.O. Universidad de La Laguna.
Department Mathematical Sciences. Loughborough University, Reino Unido
lsantans@ull.edu.es/L.J.Santana-Sanchez@lboro.ac.uk



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 8 de abril de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

Semigrupos Cohen-Macaulay y sus aplicaciones

Antonio Campillo López
Universidad de Valladolid¹

Resultados recientes de E. García Barroso, I. García Marco e I. Márquez-Corbella, motivan la revisión de la descripción combinatoria de las relaciones del álgebra de semigrupos, obtenida hace 20 años en colaboración con P. Pisón-Casares, Ph. Gimenez y otros. En particular, focalizaremos en el caso de semigrupos Cohen-Macaulay y en sus aplicaciones prácticas como la localización de sistemas de monedas eficaces para el cambio, en colaboración con M. Revilla.

¹Departamento de Álgebra, Análisis Matemático y Geometría y Topología
Facultad de Ciencias, Universidad de Valladolid
Valladolid, España
campillo@agt.uva.es



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 15 de abril de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

René Thom y el dinamismo de las formas inestables

Patrick Popescu-Pampu
Université de Lille¹

En 1955 Whitney publicó un artículo de fundación sobre la estructura topológica de las aplicaciones lisas estables de superficies hacia superficies, describiendo sus dos posibles tipos de puntos singulares – los pliegues y los fruncidos – y mostrando a la vez que estas aplicaciones son densas en el espacio de todas las aplicaciones lisas entre las superficies dadas. Inspirado por estos resultados de Whitney, René Thom empezó, a mitad de los cincuenta, a trabajar también en las singularidades de aplicaciones lisas. Su programa era de extender el trabajo de Whitney a aplicaciones entre variedades de dimensiones cualesquiera. Las aplicaciones polinomiales jugaban un papel clave en este programa, como aproximaciones de Taylor de aplicaciones lisas en el entorno de un punto singular. Thom pensaba que en una familia algebraica de aplicaciones polinomiales, había solo un número finito de tipos topológicos. En 1960 se sorprendió de que esto no era cierto, descubriendo una familia con un parámetro, de aplicaciones polinomiales cuyos miembros eran todos distintos topológicamente. Publicó este ejemplo en 1962 en la revista *L'Enseignement Mathématique*, en un artículo fundador del análisis topológico de las aplicaciones polinomiales. La meta de mi charla es doble: llevaros a entender la razón de la variación de la topología en la familia de Thom, y a la vez dar una introducción a la teoría de singularidades.

¹Laboratoire Paul Painlevé
Université Lille
Lille, Francia
patrick.popescu-pampu@univ-lille.fr



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 22 de abril de 2021, 17:00 horas (GMT+1)

Funciones Numéricas de Ideales Graduados

Yuriko Pitones Amaro
CIMAT, México¹

Sean S un anillo de polinomios sobre un campo K e I un ideal graduado de S . En esta plática estudiaremos dos funciones de I ; la función de distancia mínima y la función huella. Estas funciones están definidas en términos de invariantes algebraicos como la función de Hilbert y la multiplicidad del ideal I , examinaremos su comportamiento asintótico, y su aplicación en el cálculo la distancia mínima de códigos tipo Reed-Muller.

¹CIMAT
México
yuriko.pitones@cimat.mx



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 6 de mayo de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

Newton polygon of the discriminant

Janusz Gwoździewicz
Pedagogical University of Kraków¹

With every germ of a holomorphic mapping $\phi = (f, g): (\mathbb{C}^2, 0) \rightarrow (\mathbb{C}^2, 0)$ one can associate two analytic curves: the jacobian curve given by equation $\partial f \partial x \partial g \partial y - \partial f \partial y \partial g \partial x = 0$, and the discriminant curve, which is the direct image of the jacobian curve by ϕ .

While the singularities of a jacobian curve are very sensitive to the small perturbation of the mapping ϕ , the discriminant curve is more rigid. We will show two properties:

- the Newton polygon of the discriminant curve depends only on the equisingularity class of the curves $f = 0, g = 0$.
- the curves $f = 0, g = 0$ determine the certain approximation of the equation of the discriminant curve called the initial Newton polynomial.

¹Institute of Mathematics
Pedagogical University of Kraków
Cracovia, Polonia
janusz.gwozdziwicz@up.krakow.pl



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades - ULL
La Laguna, 20 de mayo de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

On sensitivity in Cayley graphs

Kolja Knauer

Universitat de Barcelona, España¹

Recently, Huang proved the Sensitivity Conjecture, by showing that every set of more than half the vertices of the d -dimensional hypercube Q_d induces a subgraph of maximum degree at least \sqrt{d} . This is tight by a result of Chung, Füredi, Graham, and Seymour. Huang asked whether similar results can be obtained for other highly symmetric graphs.

We show that high symmetry alone does not guarantee similar behavior. We present three infinite families of Cayley graphs of unbounded degree that contain induced subgraphs of maximum degree 1 on more than half the vertices. In particular, this refutes a conjecture of Potechin and Tsang, for which first counterexamples were shown recently by Lehner and Verret. The first family consists of dihedrants. The second family are star graphs, these are edge-transitive Cayley graphs of the symmetric group. All members of the third family are d -regular containing an induced matching on a $\frac{d}{2d-1}$ -fraction of the vertices. This is largest possible and answers a question of Lehner and Verret.

On the positive side, we consider Cayley graphs of Coxeter groups, where a lower bound similar to Huang's can be shown. A generalization of the construction of Chung, Füredi, Graham, and Seymour shows that this bound is tight for products of Coxeter groups of type \mathbf{A}_n , $\mathbf{I}_2(2k+1)$, and most exceptional cases and not far from optimal in general. Then, we show that also induced subgraphs on more than half the vertices of Levi graphs of projective planes and of the Ramanujan graphs of Lubotzky, Phillips, and Sarnak have unbounded degree. This yields more classes of Cayley graphs with properties similar to the ones provided by Huang's results. However, in contrast to Coxeter groups these graphs have no large subcubes.

Joint work with Ignacio García-Marco.

¹Departament de Matemàtiques i Informàtica
Universitat de Barcelona
Barcelona, España
kolja.knauer@ub.edu



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades - ULL
La Laguna, 3 de junio de 2021, 16:30 horas (GMT+1)

Construcciones de Códigos MSRD (Maximum Sum-Rank Distance)

Umberto Martínez Peñas
University of Neuchâtel, Suiza¹

La métrica sum-rank generaliza al mismo tiempo las métricas de Hamming y del rango. En esta charla, presentaremos varias construcciones de códigos (bloque) cuyas distancias mínimas alcanzan la cota de Singleton con respecto a la métrica sum-rank, y que por lo tanto se denominan códigos MSRD (Maximum Sum-Rank Distance). Las construcciones que presentaremos incluyen a los códigos linearized Reed-Solomon, que a su vez generalizan simultáneamente los códigos Reed-Solomon y los códigos de Gabidulin.

¹Institute of Computer Science and Mathematics
University of Neuchâtel
Neuchâtel, Suiza
umberto.martinez@unine.ch



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades - ULL
La Laguna, 10 de junio de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

La Conjetura de Roudneff para matroides orientados de Lawrence

Luis Pedro Montejano Cantoral
Universidad Rovira i Virgili, Tarragona¹

Roudneff conjeturó en 1991 que cualquier arreglo de al menos $2d+1$ (pseudo) hiperplanos en el espacio proyectivo de dimensión d tiene a lo más tantas celdas completas como el número de celdas completas correspondientes al dual del politopo cíclico. La conjetura es cierta para $d = 2, 3$ y para arreglos que provienen de matroides orientados de Lawrence. Hablaré sobre esta conjetura y su interpretación en la teoría de matroides orientados. Finalmente, daré un esbozo de cómo probar la conjetura de Roudneff para la familia de matroides orientados de Lawrence.

¹Departamento de Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad Rovira i Virgili
Tarragona
luispedro.montejano@urv.cat



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 17 de junio de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

On the invariants of a plane branch and their semiroots

Marcelo Escudeiro Hernandes
Universidade Estadual de Maringá¹

In this talk we present some relations among topological and analytical invariants of a plane curve and their semiroots. In particular, we will explore the Tjurina number of a plane branch and the set of values of Kähler differentials of the local ring associated to the curve. This is a joint work with Marcelo Rodrigues Osnar de Abreu.

¹Departamento de Matemática
Universidade Estadual de Maringá
Maringá, Brasil
mehernandes@uem.br



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades - ULL
La Laguna, 1 de julio de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

Códigos correctores de errores en computación segura

Ignacio Cascudo Pueyo
Instituto IMDEA Software, Madrid¹

En esta charla hablaré algunos usos de los códigos de errores en criptografía. Aunque su utilización más conocida es para el cifrado, con los conocidos esquemas de McEliece y Niederreiter, los códigos correctores de errores han encontrado también en los últimos años varias aplicaciones interesantes en el terreno de la computación segura, que permite a varios participantes colaborar para realizar algún tipo de cálculo que involucre sus datos privados, pero sin revelar estos datos al resto de participantes. En esta charla hablaré de su uso en este área, así como en algunas de las herramientas que se utilizan en ella como son esquemas de compartición de secretos y pruebas de conocimiento cero. Este tipo de aplicaciones motiva nuevas cuestiones acerca de los códigos correctores de errores como son el estudio de las propiedades del denominador cuadrado del código (definido como el código generado por los productos coordenada a coordenada de cada par de palabras del código original).

¹Instituto IMDEA Software
Madrid
ignacio.cascudo@imdea.org



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 9 de septiembre de 2021, 15:30 horas (GMT+1)

On the relative size of toric bases

Christos Tatakis
University of Ioannina¹

Let $A = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_m\} \subseteq \mathbb{N}^n$ be a nonzero vector configuration in \mathbb{Q}^n and $\mathbb{N}A := \{l_1\mathbf{a}_1 + \dots + l_m\mathbf{a}_m \mid l_i \in \mathbb{N}\}$ the corresponding affine semigroup. We grade the polynomial ring $\mathbb{K}[x_1, \dots, x_m]$ over an arbitrary field \mathbb{K} by the semigroup $\mathbb{N}A$ setting $\deg_A(x_i) = \mathbf{a}_i$ for $i = 1, \dots, m$. For $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_m) \in \mathbb{N}^m$, we define the A -degree of the monomial $\mathbf{x}^{\mathbf{u}} := x_1^{u_1} \cdots x_m^{u_m}$ to be

$$\deg_A(\mathbf{x}^{\mathbf{u}}) := u_1\mathbf{a}_1 + \dots + u_m\mathbf{a}_m \in \mathbb{N}A,$$

while we denote the usual degree $u_1 + \dots + u_m$ of $\mathbf{x}^{\mathbf{u}}$ by $\deg(\mathbf{x}^{\mathbf{u}})$. The *toric ideal* I_A associated to A is the prime ideal generated by all the binomials $\mathbf{x}^{\mathbf{u}} - \mathbf{x}^{\mathbf{v}}$ such that $\deg_A(\mathbf{x}^{\mathbf{u}}) = \deg_A(\mathbf{x}^{\mathbf{v}})$.

We consider the Graver basis, the universal Gröbner basis, a Markov basis and the set of the circuits of a toric ideal. We present several theorems concerning bounds on the size of these bases or the maximal degree of their elements in terms of the size or the maximal degree of the other bases.

Joint work with A.Thoma.

¹Department of Mathematics
University of Ioannina
Ioannina, Greece
chtatakis@uoi.gr



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 16 de septiembre de 2021, 16:00 horas (GMT+1)

Sobre empaquetamientos de Apolonio, politopos y teorema de Descartes

Jorge Ramírez Alfonsín
Université de Montpellier¹

Los empaquetamientos de Apolonio son configuraciones de círculos que se construyen mediante un procedimiento geométrico recursivo y gozan numerosas propiedades. Una de las nociones más investigadas es la curvatura de las circunferencias, un resultado conocido es el teorema de Descartes que establece la relación entre 4 círculos tangentes entre sí por medio de sus curvaturas.

Después de dar una breve introducción a esta teoría, presentaré una nueva forma de construir empaquetamientos de Apolonio en toda dimensión utilizando politopos arista-inscribibles. Esto nos permite establecer, entre otros resultados, un análogo al teorema de Descartes para politopos regulares en toda dimensión y de construir empaquetamientos de Apolonio enteros (todas las curvaturas son enteras) a partir de los sólidos Platónicos. (Trabajo en colaboración con I. Rasskin)

¹Département de Mathématiques
Université de Montpellier
Montpellier, France
jorge.ramirez-alfonsin@umontpellier.fr