II MINISIMPOSIO IBEROAMERICANO DE ÁLGEBRA, GEOMETRÍA ALGEBRAICA Y SINGULARIDADES

AULA 5-6, SECCIÓN DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

Jueves, 6 de Junio de 2024		Viernes, 7 de Junio de 2024	
08:45-09:00	Presentación		
	Códigos		*Singularidades I*
	Modera: I. García Marco		*Modera: E. R. García Barroso*
09:00-09:30	H. H. López	09:00-09:30	A. Campillo López
09:40-10:10	E. Camps Moreno	09:40-10:10	F.Monserrat Delpalillo
10:20-10:50	I. Márquez Corbella	10:20-10:50	A. Fernández Pérez
11:00-11:30	Café	11:00-11:30	Café
	Semigrupos y Grafos		*Singularidades II*
	Modera: I. Márquez Corbella		*Modera: A. Fernández Pérez*
11:30-12:00	A. Vigneron Tenorio	11:30-12:00	M. E. Hernandes
12:10-12:40	R. Tapia Ramos	12:10-12:40	N. E. Saravia Molina
12:50-13:20	Luis J. Santana Sánchez	12:50-13:20	F. Hernández Iglesias
13:30-16:00	Almuerzo	13:30-16:00	Almuerzo
16:00-18:00	Grupos de trabajo	16:00-18:00	Grupos de trabajo
20:00-22:00	Cena social		

Cada charla constará de 30 minutos de exposición y 5 minutos de preguntas y discusión.

Organiza el Grupo de Investigación GASIULL (Universidad de La Laguna).

Comité Científico: Evelia R. García Barroso, Ignacio García Marco.

Comité Organizador: Evelia R. García Barroso (presidenta), María del Socorro García Román (vocal), Luis José Santana Sánchez (secretario).

Colaboran el Vicerrectorado de Investigación y Transferencia, la Sección de Matemáticas y el Área de Álgebra de la Universidad de La Laguna y el antiguo Ministerio español de Universidades.

Conferencias invitadas

¿Cuántos puntos singulares determinan una foliación?

Antonio CAMPILLO LÓPEZ (Universidad de Valladolid, España)

X. Gómez-Mont y G.Kempf probaron que las foliaciones por curvas algebraicas en el plano, con singularidades reducidas, están determinadas por sus $S(r) = r^2 +$

$r + 1$ puntos singulares, donde r es el grado de la foliación. Sin embargo, no la totalidad de puntos singulares son necesarios, aunque se sabe que menos que $M(r) = (1/2)(r+1)(r+2) + [(r+1)/2)]$ son insuficientes. La pregunta de si existen $M(r)$ puntos singulares que son suficientes tiene respuesta afirmativa para $r < 6$, pero se desconoce si es cierta para $r \geq 6$. Esta pregunta es equivalente a otra de interpolación polinómica de Hermite. Mostramos estos resultados, del trabajo conjunto con J. Olivares, y también enfocamos el caso de singularidades no reducidas.

El conjunto parcialmente ordenado de códigos cuánticos CSS-T binarios

Eduardo CAMPS MORENO (Virginia Tech, EEUU)

Los códigos CSS-T fueron introducidos recientemente como códigos de corrección de errores cuánticos que respetan una puerta transversal. Un código CSS-T depende de un par CSS-T, que es un par de códigos binarios (C_1, C_2) tal que C_1 contiene a C_2, C_2 es par, y el acortamiento del dual de C_1 con respecto al soporte de cada palabra de código de C_2 es auto-dual. En esta charla, damos nuevas condiciones para garantizar que un par de códigos binarios (C_1, C_2) es un par CSS-T. Luego definimos el conjunto parcialmente ordenado de pares CSS-T y determinamos los elementos mínimos y máximos del conjunto parcialmente ordenado.

Índices de foliaciones de codimensión 1

Arturo FERNÁNDEZ PÉREZ (Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil)

La teoría de índices y las aplicaciones de foliaciones holomorfas en la dimensión 2 han sido exhaustivamente estudiadas. En esta charla, presentaré resultados recientes sobre foliaciones de codimensión 1 en dimensiones mayores que 2, con énfasis en los índices de Baum-Bott, Camacho-Sad y el índice variacional.

Sobre el número de Tjurina de curvas planas

Marcelo E. HERNANDES (Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Brasil)

En la teoría de curvas planas destacan dos invariantes (analíticos): el número de Milnor y el número de Tjurina. En el caso de una curva plana con varias ramas, se sabe que el número de Milnor de dicha curva se puede expresar en términos del número de Milnor de cada componente irreducible de la curva y las multiplicidades de intersección entre dichas componentes. El principal objetivo de esta charla es presentar una relación entre el número de Tjurina de una curva plana con varias ramas, los números de Tjurina de cada componente irreducible y nuevos invariantes analíticos. (Trabajo desarrollado junto con Abramo Hefez)

Comportamiento de la topología de la curva polar genérica con respecto al invariante de Zariski para ramas de género uno

Mauro Fernando HERNÁNDEZ IGLESIAS (Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú)

Describimos, para ramas complejas planas de género 1, el tipo topológico de su curva polar genérica, en función del semigrupo de valores de la rama y de los posibles invariantes de Zariski de la misma.

Este es un trabajo en colaboración con Evelia R. García Barroso y Marcelo E. Hernandes.

El grupo de permutación afín de ciertos códigos cartesianos decrecientes

Hiram H. LÓPEZ (Virginia Tech, EEUU)

Un código cartesiano decreciente se define evaluando un conjunto de monomios cerrado bajo divisibilidad en un conjunto cartesiano. Algunos ejemplos conocidos son los códigos de Reed-Solomon, Reed-Muller y (algunos) códigos tóricos. Las permutaciones afines consisten en las permutaciones del código que dependen de una transformación afín. En esta charla, estudiamos las permutaciones afines de algunos códigos cartesianos decrecientes, incluyendo el caso cuando el conjunto cartesiano tiene copias de subgrupos.

Pesos de Hamming Generalizados de Códigos Binarios y Resoluciones Minimales

Irene MÁRQUEZ CORBELLA (Universidad de La Laguna, España)

El estudio de Pesos de Hamming Generalizados está motivado por diferentes aplicaciones en criptografía. Por ejemplo, estos pesos caracterizan el rendimiento del canal en escuchas telefónicas. Sin embargo, existen muy pocas familias de códigos de las que se conoce la jerarquía de pesos generalizados completa como es el caso de los códigos Reed-Muller binarios, los códigos de Hamming o su dual.
En [3], Johnsen y Verdure mostraron que los Pesos de Hamming Generalizados de un código lineal se pueden calcular mediante una resolución libre graduada del ideal monomial asociado al conjunto de palabras de soporte minimal. Este artículo abrió una nueva línea de investigación, ahora bien: ¿es posible encontrar un conjunto menor que el conjunto de palabras de soporte minimal que nos permita describir la jerarquía de pesos? En esta charla estudiaremos una posible respuesta a esta pregunta: utilizar los llamados conjuntos de pruebas, introducidos por Borges-Quintana et al en [1]. Los resultados de esta charla se incluyen en [2].

Referencias:

[1] M. BORGES-QUINTANA; M. A. BORGES-TRENARD; P. FITZPATRICK; E. MARTÍNEZ MORO, Gröbner bases and combinatorics for binary codes. Appl. Algebra Engrg. Comm. Comput. 19(5), 393-411 (2008).

[2] I. GARCÍA-MARCO; I. MÁRQUEZ-CORBELLA; E. MARTÍNEZ-MORO; Y. PITONES, Free Resolutions and Generalized Hamming Weights of Binary Linear Codes. Mathematics 10, 2079 (2022).

[3] T. JOHNSEN; H. VERDURE, Hamming weights and Betti numbers of Stanley-Reisner rings associated to matroids. Appl. Algebra Engrg. Comm. Comput. 24(1), 73-93 (2013).

[4] V.K. WEI Generalized Hamming weights for linear codes. IEEE Trans. Inf. Theory 37, 1412-1418, 1991.

Sobre la integrabilidad algebraica de foliaciones planas

Francisco MONSERRAT DELPALILLO (Universitat Politècnica de Vaència, España)

Se proporcionarán diversos resultados concernientes a la existencia (y cálculo) de integrales primeras racionales de foliaciones algebraicas del plano afín. Para ello se considerará la extensión de estas foliaciones a compactificaciones del plano afín (el plano proyectivo o una superficie de Hirzebruch), así como la reducción de singularidades de las foliaciones extendidas. Esta charla está basada en trabajos conjuntos con C. Galindo y E. Pérez-Callejo.

El problema de Frobenius en semigrupos afines

Luis José SANTANA SÁNCHEZ (Universidad de Valladolid, España)

Sea $S = \mathbb{N}a_1 + \ldots + \mathbb{N}a_h$ el *semigrupo numérico* generado por $a_1, \ldots, a_h \in \mathbb{N}$. Un pregunta clásica de semigrupos numéricos es la de hallar el mayor número entero en el conjunto $\mathbb{Z} \setminus S$. Este número se conoce como el número de Frobenius y solo se conoce en familias muy particulares de semigrupos. Una extensión natural de este problema es la de hallar el mayor entero de S que admite exactamente (o a lo sumo) p escrituras diferentes en función de sus generadores, conocido como el número de p-Frobenius.

En esta charla abordamos una generalización de este problema para semigrupos afines, estudiado en [1]. Mostraremos propiedades y algoritmos para hallar los *vectores* p-Frobenius de un semigrupo afín dado.

Literatura

[1] E. R. García Barroso, J. I. García-García, L. J. Santana Sánchez and A. Vigneron-Tenorio. *On p-Frobenius of affine semigroups.* To appear in Mediterranean Journal of Mathematics (2024).

Relación entre el número de Milnor y Tjurina de una foliación

Nancy Edith SARAVIA MOLINA (Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú)

Consideremos $U(C)$ y $T(C)$ el número de Milnor y el número de Tjurina de la rama C. En curvas, es bien conocido que el número de Milnor de la rama C coincide con el conductor. El número de Tjurina es menos conocido en la literatura, pero se sabe que $U(C)$ es mayor o igual que $T(C)$. Sea $r(C) = U(C) - T(C)$. Para C curva plana irreducible, Zariski demuestra que $r(C) = 0$ si y sólo si C es analíticamente equivalente a una curva casi homogéneo.

En esta charla presentaremos la relación que existe entre el número de Milnor y el número de Tjurina de una foliación no dicrítica con el número de Milnor y el número de Tjurina de su unión de separatrices.

El cociente por un entero positivo de semigrupos afines y $\mathcal{C}$-semigrupos

Raquel TAPIA RAMOS (Universidad de Cádiz, España)

Un semigrupo afín es un submonoide no vacío de $\mathbb{N}^p$ (para algún número natural no nulo p), tal que existe un subconjunto finito $A = \{a_1, \ldots, a_q\}$ de S con $S = \{\sum_{i=1}^{q} \lambda_i a_i \mid \lambda_1, \ldots, \lambda_q \in \mathbb{N}\}$. En particular, si $p = 1$, y los elementos de A son coprimos, decimos que S es un semigrupo numérico. En cambio, si $p > 1$, $\mathcal{C}$ es el mínimo cono entero positivo que contiene a S, y el complementario de S en $\mathcal{C}$ es finito, decimos que S es un $\mathcal{C}$-semigrupo.

Recientemente, han aparecido numerosos trabajos que generalizan propiedades, invariantes y conjeturas sobre semigrupos numéricos a un contexto más general. Continuando con esta línea de investigación, el principal objetivo de nuestra comunicación es extender el cociente de semigrupo afines y $\mathcal{C}$-semigrupos por un entero positivo, a partir de algunos resultados conocidos sobre el cociente de semigrupos numéricos por un entero positivo. En particular, generalizaremos varios resultados de irreducibilidad al cociente de un $\mathcal{C}$-semigrupo por un entero positivo.

Este trabajo se ha realizado con J. I. García-García y A. Vigneron-Tenorio al amparo del proyecto *Monoides y semigrupos afines* (ProyExcel_00868) [Proyecto financiado en la convocatoria 2021 de Ayudas a Proyectos de Excelencia, en régimen de concurrencia competitiva, destinadas a entidades calificadas como Agentes del Sistema Andaluz del Conocimiento, en el ámbito del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación (PAIDI 2020). Consejería de Universidad, Investigación e Innovación de la Junta de Andalucía.]

$\mathcal{C}$-semigrupos y algunas de sus propiedades

Alberto VIGNERON TENORIO (Universidad de Cádiz, España)

Los $\mathcal{C}$-semigrupos constituyen una generalización natural de los semigrupos numéricos a dimensiones superiores. Un $\mathcal{C}$-semigrupo de $\mathbb{N}^p$ es un subsemigrupo afín de $\mathbb{N}^p$ cuyo complementario en el menor cono entero positivo que lo contiene es finito. Justamente si $p = 1$, ambos tipos de semigrupos son iguales.

En nuestra presentación abordaremos la resolución de diversos problemas sobre $\mathcal{C}$-semigrupos, introduciendo sobre ellos invariantes propios de los semigrupos numéricos. Trataremos de hacer un especial hincapié en las diferencias existentes entre el estudio de los $\mathcal{C}$-semigrupos, con $p > 1$, y los numéricos.

Referencias:

[1] Díaz-Ramírez, J. D.; García-García, J. I.; Marín-Aragón, D.; Vigneron-Tenorio, A. Characterizing affine $\mathcal{C}$-semigroups. Ricerche di Matematica, 71, 283–296 (2022).
[2] García-García, J. I.; Tapia-Ramos, R.; Vigneron-Tenorio, A. On ideals of affine semigroups and affine semigroups with maximal embedding dimension. arXiv:2405.14648 [math.AC].

Grupos de trabajo

Grupo 1: Códigos.

Grupo 2: Semigrupos y Grafos.

Grupo 3: Singularidades.

Los sesiones de trabajo de los tres grupos se realizarán simultáneamente y tendrán lugar en el Aula 9 de la Sección de Matemáticas y en las dependencias de la UD de Álgebra.