

III MINISIMPOSIO IBEROAMERICANO DE ÁLGEBRA, GEOMETRÍA ALGEBRAICA Y SINGULARIDADES

AULA 5-6, SECCIÓN DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

Jueves, 13 de marzo de 2025

Viernes, 14 de marzo de 2025

15:30-15:45	Presentación <i>Semigrupos y Grafos</i> Modera: L.J. Santana Sánchez		<i>Curvas y superficies</i> Modera: E.R. García Barroso
15:45-16:15	A. Vigneron Tenorio	09:00-09:30	C. Galindo Pastor
16:25-16:55	R. Tapia Ramos	09:40-10:10	E. Pérez Callejo
17:05-17:35	Café <i>Miscelánea algebraica</i> Modera: I. Márquez Corbella	10:20-10:50	F. Hernández Iglesias
17:35-18:05	D. Jaén Guedes	11:00-11:30	Café
18:15-18:45	F. León Delgado		<i>Foliaciones</i> Modera: I. García Marco
18:55-19:25	I. García Marco	11:30-12:00	A. Fernández Pérez
20:15	Cena social	12:10-12:40	N. E. Saravia Molina
		12:50-13:20	H. Neciosup Puican

Cada charla constará de 30 minutos de exposición y 5 minutos de preguntas y discusión.

Organiza el Grupo de Investigación GASIULL (Universidad de La Laguna).

Comité Científico: Evelia R. García Barroso, Irene Márquez Corbella.

Comité Organizador: Evelia R. García Barroso (presidenta), Samuel Pérez Hernández (vocal), Luis José Santana Sánchez (secretario).

Colaboran la Sección de Matemáticas y el Área de Álgebra de la Universidad de La Laguna.

Conferencias invitadas

Sobre la multiplicidad y el número de Tjurina de una foliación

Arturo Fernández Pérez (*Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil*)

En esta charla presentaremos una relación entre la multiplicidad y el número de Tjurina de una foliación con respecto a una curva reducida singular. Además, como aplicación, presentaremos una cota superior e inferior para el número de Tjurina

global de una foliación en el espacio proyectivo complejo. Este es un trabajo en colaboración con Evelia R. García Barroso y Nancy Saravia Molina.

Generación finita del cono efectivo y del anillo de Cox de superficies racionales

Carlos Galindo Pastor (Universidad Jaume I, Castellón, España)

Sea X una superficie racional obtenida al explotar una configuración \mathcal{C} de puntos infinitamente próximos sobre una superficie de Hirzebruch \mathbb{F}_δ . En la charla, probaremos que existen dos números enteros $a \leq b$ tales que el cono efectivo de X es poliédrico finito y minimalmente generado cuando $\delta \geq a$ y el anillo de Cox de X es finitamente generado cuando $\delta \geq b$. Los enteros a and b dependen sólo de un objeto combinatorio representando los divisores excepcionales de \mathcal{C} , sus intersecciones y aquellas con las fibras y la sección especial de \mathbb{F}_δ . Además daremos un conjunto de generadores del cono nef de X en estos casos.

La charla se basa en un artículo conjunto de C. Galindo, F. Monserrat y C.J. Moreno Ávila.

Parcialmente soportado por el proyecto PID2022-138906NB-C22 financiado por MICIU/AEI/ 10.13039/501100011033 y por ERDF/EU, así como por Universitat Jaume I, proyectos GACUJIMA/2024/03 y UJI-B2021-02.

Descomponiendo matrices como productos de Toeplitz

Ignacio García Marco (Universidad de La Laguna, Tenerife, España)

Las matrices de Toeplitz son uno de los tipos de matrices estructuradas más estudiados en la bibliografía y aparecen de forma natural en muchas ramas de las matemáticas. En particular, estas matrices son muy atractivas desde el punto de vista computacional ya que existen algoritmos específicos y sorprendentemente eficientes para calcular sus inversas, determinantes, rangos y para resolver sistemas de ecuaciones lineales con matrices de Toeplitz.

En 2016, Ye y Lim demostraron que toda matriz cuadrada con coeficientes complejos puede expresarse como un producto de matrices de Toeplitz. En particular, presentaron una demostración no constructiva que asegura que cualquier matriz $n \times n$ es el producto de $2n + 5$ matrices de Toeplitz. Además, formularon la conjetura de que $\lfloor n/2 \rfloor + 1$ matrices de Toeplitz serían suficientes, y probaron que esta conjetura es cierta genéricamente en el sentido de la topología de Zariski; es decir, si existen contraejemplos, estos se encuentran en una variedad algebraica propia. En este trabajo presentamos matrices 3×3 que no pueden expresarse como el producto de dos matrices de Toeplitz, proporcionando contraejemplos explícitos a la conjetura de Ye y Lim. Asimismo, mejoramos las cotas superiores para el número de factores de Toeplitz necesarios para descomponer matrices $n \times n$ en los casos $n \leq 5$.

Este trabajo ha sido realizado en colaboración con Irene Márquez Corbella y Daniel Seco.

Sobre el invariante analítico de Zariski de una rama plana

Mauro Fernando Hernández Iglesias (Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú)

Sea $f \in \mathbb{C}\{X, Y\}$ una rama analítica plana con semigrupo de valores Γ , a partir de una parametrización de Puiseux de f , Zariski define su invariante analítico λ_f .

Daremos una fórmula explícita para determinar el valor λ_f de una rama plana cualquiera, por medio del contacto o la multiplicidad de intersección con una determinada familia de curvas planas, a su vez determinamos de modo preciso un subconjunto de \mathbb{N}^2 correspondiendo a todos los posibles valores que puede tomar λ_f .

Inteligencia artificial algebraica: Un enfoque simbólico en el aprendizaje automático

Daniel Jaén Guedes (Universitat Barcelona/Atlantis Technology, España)

El Machine Learning (ML) es una subrama de la Inteligencia Artificial, nos permite aprender características y poder predecir el valor de variables para las cuales solo tenemos ejemplos. Varios de los métodos clásicos de ML suelen basarse en la minimización de funciones para ajustar una gran cantidad de parámetros en un modelo creado aleatoriamente. Este método presenta varios problemas, como puede ser la dificultad en encontrar mínimos de funciones complicadas y con muchas variables, o que en ocasiones aparece el denominado *overfitting*, es decir, el modelo se ajusta demasiado a los datos de entrenamiento y no generaliza bien.

En este trabajo vamos a exponer una alternativa denominada Algebraic Machine Learning (AML), basada en estructuras algebraicas, principalmente grafos y semirretículos, para encontrar un modelo predictivo, que soluciona los problemas anteriores, y además es libre de parámetros.

Vamos a estudiar su funcionamiento como algoritmo de clasificación, es decir, orientado a obtener un modelo que nos permita predecir si un elemento posee una cierta propiedad. Explicaremos cómo encontrar una representación algebraica de los elementos a clasificar respecto de un conjunto especial de elementos (*átomos*), para luego ver paso a paso el algoritmo y cómo se aplica al problema de identificación de barras negras verticales en cuadrículas 2×2 de píxeles blancos o negros.

Por último mostraremos los resultados obtenidos en la implementación del algoritmo, así como una comparación con los resultados de un algoritmo más tradicional (red neuronal convolucional).

Sobre la teoría de la eliminación

Fernando León Delgado (Universidad de La Laguna, Tenerife, España)

Presentaremos algunos métodos de eliminación y aplicaciones a la Geometría.

Sobre foliaciones holomorfas cuspidales casi ordinarias

Hernán Neciosup Puican (Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú)

Abordaremos el estudio de propiedades asociadas a singularidades de gérmenes de foliaciones holomorfas cuspidales casi ordinarias en $(\mathbb{C}^3, \mathbf{0})$, aquellos gérmenes cuya única separatriz es una superficie casi ordinaria.

Particularmente, investigamos el papel que desempeña el poliedro de Newton asociado a esta clase de foliaciones, analizando su estructura y las restricciones geométricas que impone. Además, establecemos condiciones suficientes para caracterizar cuándo dichas foliaciones pertenecen al llamado segundo tipo.

Sobre la negatividad acotada

Elvira Pérez Callejo (Universitat Jaume I y Univ. de Valladolid, España)

La Conjetura de la Negatividad Acotada predice que, para cualquier superficie proyectiva compleja lisa X , los números de auto-intersección de todas las curvas reducidas e irreducibles en X están acotados inferiormente por una constante que depende sólo de X . En esta charla nos centraremos en dos versiones ponderadas de esta conjetura mostrando algunos resultados que las aproximan, los cuales serán explícitos en el caso de superficies racionales.

Esta charla está basada en trabajos conjuntos con Carlos Jesús Moreno-Ávila, Carlos Galindo y Francisco Monserrat.

Esta comunicación es parte de la ayuda PID2022-138906NB-C22, financiada por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER/UE, así como de la ayuda GACUJIMA/2024/03 y UJI-B2021-02 financiadas por la Universitat Jaume I.

LITERATURA

- [1] C. GALINDO AND F. MONSERRAT AND C.J. MORENO-ÁVILA AND E. PÉREZ-CALLEJO. On the degree of curves with prescribed multiplicities and bounded negativity. *Int. Math. Res. Not.*, **16**, pg 13757-13779, 2023.
- [2] C. GALINDO, F. MONSERRAT AND E. PÉREZ-CALLEJO. Linear weighted bounded negativity. *arXiv*, 2025.

Sobre el número de exceso polar de una foliación

Nancy Edith Saravia Molina (Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú)

Estudiaremos para la foliación singular F en el plano complejo, la relación entre el número de exceso polar de F con respecto al divisor balanceado de separatrices B para F , vía el número de Milnor de una foliación, la multiplicidad de alguna foliación hamiltoniana a lo largo de las separatrices en el soporte de B y el número χ de F . Además, daremos una nueva caracterización de las foliaciones curvas generalizadas no dicríticas. Este es un trabajo conjunto con Evelia R. García Barroso y Arturo Fernández Pérez.

Explorando \mathcal{C} -semigrupos y sus propiedades

Raquel Tapia Ramos (Universidad de Cádiz, España)

Sea \mathcal{C} un cono de enteros no negativos. Un monoide $S \subseteq \mathcal{C}$ es un \mathcal{C} -semigrupo si su complemento en el cono es finito. Esta estructura surge como una extensión natural del concepto clásico de semigrupos numéricos, definidos como submonoides de los números naturales cuyo complemento en \mathbb{N} es finito.

Esta charla invita a la audiencia en adentrarse en el concepto de \mathcal{C} -semigrupo, en particular presentaremos una familia específica de \mathcal{C} -semigrupos, caracterizando dicha familia bajo la perspectiva de irreducibilidad.

Combinando resultados teóricos con ejemplos computacionales, se revelan nuevas perspectivas sobre estas estructuras.
Este trabajo, basado en [1], cuenta con el apoyo parcial del proyecto ProyExcel_00868.

LITERATURA

- [1] Cisto, C.; Tapia-Ramos, R., *Positioned and primary positioned \mathcal{C} -semigroups*. arXiv:2412.00454v1.

Algunas familias de \mathcal{C} -semigrupos

Alberto Vigneron Tenorio (Universidad de Cádiz, España)

Muchos trabajos enmarcados en la Teoría de Semigrupos responden a una estrategia de resolución de problemas generales sobre determinados semigrupos fijadas algunas propiedades. Esto permite dar soluciones parciales a problemas de alta dificultad, o establecer familias de especial interés y utilidad.

En nuestra presentación destacaremos algunos tipos especiales de semigrupos afines, estudiando sus propiedades y/o su aplicabilidad a la computación de conjuntos de semigrupos afines con, por ejemplo, invariantes fijos como el elemento de Frobenius, el género, o ambos.

LITERATURA

- [1] Rosales, J. C.; Tapia-Ramos, R.; Vigneron-Tenorio, A. A computational approach to the study of finite-complement submonoids of an affine cone. arXiv:2409.06376